

3.1.10 Rovnice

Předpoklady: 030109

Př. 1: Jaké základní pravidlo musíme dodržovat při řešení rovnic? Čeho se snažíme dosáhnout? Jakou používáme strategii?

Základní pravidlo: Cokoliv uděláme s jednou stranou, musíme udělat i s druhou, abychom zachovali rovnost.

Snažíme se dosáhnout toho, aby na jedné ze stran rovnice byla pouze proměnná.

Pomocí opačných operací postupně od „nejvzdálenějších“ čísel proměnnou osamostatňujeme.

Př. 2: Vyřeš rovnice.

$$\text{a) } 2x - 3 = 7 \qquad \text{b) } \frac{x}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2}{3} \qquad \text{c) } 2(x + 3) = 4 - x \qquad \text{d) } \frac{3x - 1}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{a) } 2x - 3 &= 7 & / +3 \\ 2x &= 10 & / :2 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{x}{3} - \frac{1}{2} &= \frac{2}{3} & / +\frac{1}{2} \\ \frac{x}{3} &= \frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{4}{6} + \frac{3}{6} = \frac{7}{6} & / \cdot 3 \\ x &= \frac{7}{6} \cdot 3 = \frac{7}{2} \cdot 3 = \frac{7}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 2(x + 3) &= 4 - x \\ 2x + 6 &= 4 - x & / +x \\ 3x + 6 &= 4 & / -6 \\ 3x &= -2 & / :3 \\ x &= -\frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \frac{3x - 1}{3} &= \frac{1}{2} & / \cdot 3 \\ 3x - 1 &= \frac{3}{2} & / +1 \\ 3x &= \frac{5}{2} & / :3 \\ x &= \frac{5}{6} \end{aligned}$$

Př. 3: Ze vzorců vyjádři veličinu v závorce.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } s = vt & \{v\} & \text{b) } \rho = \frac{m}{V} \quad \{m, V\} \\ & & \text{c) } P = 6a^2 \quad \{a\} \\ \text{d) } p = \frac{F}{S} & \{F, S\} & \end{array}$$

$$\text{a) } s = vt \quad / : t$$

$$v = \frac{s}{t}$$

$$\text{b) } \rho = \frac{m}{V} \quad / \cdot V$$

$$m = \rho V \quad / : \rho$$

$$V = \frac{m}{\rho}$$

$$\text{c) } P = 6a^2 \quad / : 6$$

$$\frac{P}{6} = a^2 \quad / \sqrt{}$$

$$a = \sqrt{\frac{P}{6}}$$

$$\text{d) } p = \frac{F}{S} \quad / \cdot S$$

$$pS = F \quad / : p$$

$$S = \frac{F}{p}$$

Př. 4: Pomocí úprav rovnic rozhodni, zda jde o stejné rovnosti. U shodných rovností vymysli slovní zadání o Adamovi a Barboře.

$$\text{a) } a = b + 10 \quad a - 10 = b$$

$$\text{b) } 2a = 3b \quad \frac{a}{3} = \frac{b}{2}$$

$$\text{c) } 2a + 2 = b \quad a = 2b - 2$$

$$\text{d) } a = \frac{4b}{5} + 2 \quad \frac{5a - 2}{4} = b$$

$$\text{a) } a = b + 10 \quad a - 10 = b \quad / + 10$$

$$a = b + 10$$

Stejné rovnosti: Adam má o deset korun víc než Barbora.

$$\text{b) } 2a = 3b \quad \frac{a}{3} = \frac{b}{2} \quad / \cdot 6$$

$$2a = 3b$$

Stejné rovnosti: Dvojnásobek částky, kterou má Adam se rovná trojnásobku toho, co má Barbora.

$$\text{c) } 2a + 2 = b \quad a = 2b - 2 \quad / + 2$$

$$a + 2 = 2b \quad / : 2$$

$$\frac{a + 2}{2} = b \Rightarrow \text{nejde o stejné rovnosti.}$$

$$\text{d) } a = \frac{4b}{5} + 2 \quad \frac{5a - 2}{4} = b \quad / \cdot 4$$

$$5a - 2 = 4b \quad / + 2$$

$$5a = 4b + 2 \quad / : 5$$

$$a = \frac{4b+2}{5} \Rightarrow \text{nejde o stejné rovnosti.}$$

Př. 5: Vyřeš rovnice pomocí ekvivalentních úprav.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{4x+1}{3} = 2 & \text{b) } 3(x-2)+4=7 & \text{c) } 5(x-2)-x=2(x+3)+4 \\ \text{d) } 0,5(x-0,4)+\frac{1}{2}=\frac{1}{3} \end{array}$$

$$\text{a) } \frac{4x+1}{3} = 2 \quad / \cdot 3$$

$$4x+1=2 \cdot 3$$

$$4x+1=6 \quad / -1$$

$$4x=6-1$$

$$4x=5 \quad / :4$$

$$x = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

$$\text{c) } 5(x-2)-x=2(x+3)+4$$

$$5x-10-x=2x+6+4$$

$$4x-10=2x+10 \quad / +10$$

$$4x=2x+20 \quad / -2x$$

$$2x=20 \quad / :2$$

$$x=10$$

$$\text{b) } 3(x-2)+4=7 \quad / -4$$

$$3(x-2)=7-4$$

$$3(x-2)=3 \quad / :3$$

$$x-2=3:3$$

$$x-2=1 \quad / +2$$

$$x=1+2=3$$

$$\text{d) } 0,5(x-0,4)+\frac{1}{2}=\frac{1}{3} \quad / -\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}(x-0,4)=\frac{1}{3}-\frac{1}{2} \quad \frac{1}{3}-\frac{1}{2}=\frac{2}{6}-\frac{3}{6}=-\frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{2}(x-0,4)=-\frac{1}{6} \quad / \cdot 2$$

$$x-0,4=-\frac{1}{6} \cdot 2$$

$$x-\frac{4}{10}=-\frac{1}{3} \quad / +\frac{4}{10}$$

$$x=-\frac{1}{3}+\frac{4}{10}=-\frac{5}{15}+\frac{6}{15}=\frac{1}{15}$$

Př. 6: Ze vzorců vyjádři veličinu v závorce.

$$\text{a) } V = \pi r^2 v \quad \{v, r\} \quad \text{b) } S = \frac{av_a}{2} \quad \{a\} \quad \text{c) } S = \frac{(a+c)v}{2} \quad \{v, a\}$$

$$\text{a) } V = \pi r^2 v \quad / : (\pi r^2)$$

$$v = \frac{V}{\pi r^2}$$

$$V = \pi r^2 v \quad / : (\pi v)$$

$$\frac{V}{\pi v} = r^2 \quad / \sqrt{}$$

$$\text{b) } S = \frac{av_a}{2} \quad / \cdot 2$$

$$2S = av_a \quad / : v_a$$

$$a = \frac{2S}{v_a}$$

$$r = \sqrt{\frac{V}{\pi v}}$$

$$c) S = \frac{(a+c)v}{2} \quad | \cdot 2$$

$$2S = (a+c)v \quad | : (a+c)$$

$$\frac{2S}{a+c} = v$$

$$S = \frac{(a+c)v}{2} \quad | \cdot 2$$

$$2S = (a+c)v \quad | : v$$

$$\frac{2S}{v} = a+c \quad | -c$$

$$a = \frac{2S}{v} - c$$

Shrnutí: